

Matematička analiza 1 - 7. auditorna vježba - 23.10.2023.

Zadatak 1 Odredite jesu li sljedeće tvrdnje točne ili netočne te obrazložite svoj odgovor:

(T1) Niz

$$a_n = \begin{cases} (-1)^n, & n \leq 10^{19} \\ \frac{1}{n}, & n > 10^{19} \end{cases}$$

ima točno 3 gomilišta.

(T2) Svako gomilište niza je limes niza.

(T3) Limes niza je gomilište niza.

(T4) Limes niza je jedino gomilište niza.

(T5) Niz koji ima točno jedno gomilište $A \in \mathbb{R}$ je konvergentan.

Zadatak 2

- a) Ima li niz $a_n = \cos(n\pi) \frac{n+1}{2n+1}$ limes? Obrazložite odgovor.
- b) Ima li niz $b_n = \cos(n\pi) \frac{1}{n}$ limes? Obrazložite odgovor.
- c) Ima li niz $c_n = \frac{2n \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{n+1}$ limes? Obrazložite odgovor.

Zadatak 3 Odredite sljedeće limese:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} + 3^n}{2^n + 3^n}$.
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + \dots + (3n+1)}{n^2}$.

Zadatak 4

a) Koristeći teorem o sendviču dokažite da je

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n^2)}{n^3} = 0.$$

b) Odredite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + \cos(n^2) + 1}{5n^3 + 2}.$$

Zadatak 5 Odredite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + n^3} - \sqrt{n^3}}.$$